

CUADERNILLO 3

EJEMPLAR DE CORTESÍA
NO APTO PARA LA VENTA

Nueva carpeta de Matemática

III

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

3. Funciones	3
Revisión inicial	4
Tablas y gráficos	5
Funciones: algunos conceptos	6
Ceros o raíces de una función	7
Crecimiento y decrecimiento	8
Función de proporcionalidad directa	9
Función lineal	10
La función lineal y la ecuación de la recta	12
Función cuadrática	13
Función de proporcionalidad inversa	15
Función exponencial	15
Función periódicas	16
En el mundo real	17
Las funciones y la toma de decisiones	17
El dinamómetro	18
Más actividades.....	19
Autoevaluación.....	22

**Este CUADERNILLO 3 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática III.
No puede venderse por separado.**

DIRECCIÓN EDITORIAL

Diego F. Barros

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA

Ruth Schaposchnik

EDICIÓN

Nora Legorburu

Valeria Machiunas

COPIEDICIÓN

Claudia García

CORRECCIÓN

Cecilia Biagioli (coordinación)

Claudia María Bevacqua Arbet

Alejandra Valente

SUPERVISIÓN GRÁFICA

Verónica Uher

Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA

Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN

Daniel Balado

Gabriel Lauría

Silvana López

ILUSTRACIONES

Alejandra Lunik

Diego Molina

Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA

Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

Pablo Sibione

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.

Francisco Acuña de Figueroa 352 (C1180AAF)

Ciudad de Buenos Aires

Teléfono y fax: 4867-7000

e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723

LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA

ISBN 978-987-06-0060-2

Primera edición - Primera reimpression

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática III / Nora Legorburu...[et.al.]; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. 1a reimp. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2008.

200 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0060-2

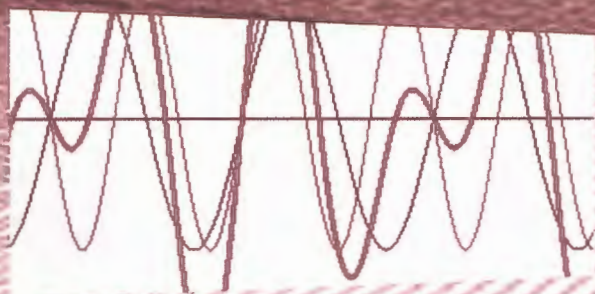
1. Matemática. I. Schaposchnik, Ruth, coord.

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

Esta edición se terminó de imprimir en Noviembre de 2008 en Latingráfica, Rocamora 4161, Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

3 FUNCIONES

Tanto en la naturaleza como en los fenómenos provocados por las personas, ocurren situaciones en las cuales se relacionan distintas magnitudes entre sí (espacio, tiempo, dinero, peso, etcétera). Las **funciones** sirven para analizar estas situaciones y, en muchos casos, permiten predecir cómo será su evolución.



Tiempo (h)	Volumen (ml)
0	200
1	100
2	50
3	25
4	12,5

Victoria es bioquímica y está investigando el comportamiento de un compuesto químico que, a temperatura ambiente, pasa del estado líquido al estado gaseoso.

Anotó algunos datos en una tabla para relacionar el volumen del líquido que permanece en ese estado y el tiempo transcurrido.

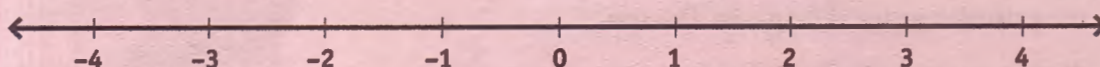
- ¿Cómo varía el volumen de líquido a medida que transcurre el tiempo?
- ¿Cuál será el volumen de líquido luego de ocho horas?
- ¿Habrá alguna fórmula que pueda expresar cómo es esta variación?

1 Observen el cuadro siguiente, donde a , b y c son números reales.

a) Completen los valores que faltan.

a	b	c	$a(b \cdot c)$	$b - (a - c)$	$(a - b)^2$	$a(b + c)^2$
$0,3$		2	$-\frac{1}{2}$			
	-3	$\frac{3}{2}$		$-\frac{13}{6}$		

b) Representen en la recta numérica los valores de a , b y c , de cada renglón de la tabla anterior.



2 Consideren los siguientes subconjuntos de números reales.

a) Los valores de x mayores que el opuesto de dos y menores que el menor número impar positivo.

b) Los valores de x menores o iguales que cinco y mayores que el mayor múltiplo de tres negativo.

c) Los valores de x mayores o iguales que el opuesto del cuadrado de dos y menores que el cuadrado del opuesto de dos.

I. Expresen los subconjuntos mediante inecuaciones y mediante intervalos.

II. Representéntenlos en la recta numérica.

III. Indiquen un número racional y otro irracional que pertenezca a cada uno.



3 Las siguientes tablas representan relaciones entre la variable independiente x y la variable dependiente y .

a)

x	y
1	3
-1	-3
2	6
-4	-12

b)

x	y
2	4
1	2
-1	$\frac{1}{2}$
3	8

c)

x	y
2	1
4	$\frac{1}{2}$
-4	$-\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$	4

d)

x	y
1	4
2	6
-3	-4
-2	-2

I. Marquen los puntos correspondientes a cada tabla en un gráfico cartesiano.

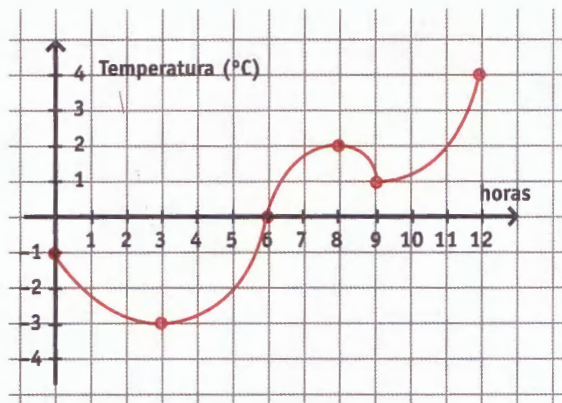
II. Indiquen en qué casos los puntos se encuentran alineados.

Tablas y gráficos

4 El siguiente gráfico muestra la evolución de la temperatura a lo largo de una mañana en la ciudad de La Plata.

a) ¿Qué temperatura había a las tres de la mañana? ¿Y a las 8?

b) Indiquen en qué momentos de esa mañana la temperatura estuvo en descenso y en qué momentos estuvo en aumento.



c) ¿A qué hora, se registró una temperatura de 0 °C?

d) ¿Cuál fue la temperatura máxima durante la mañana?

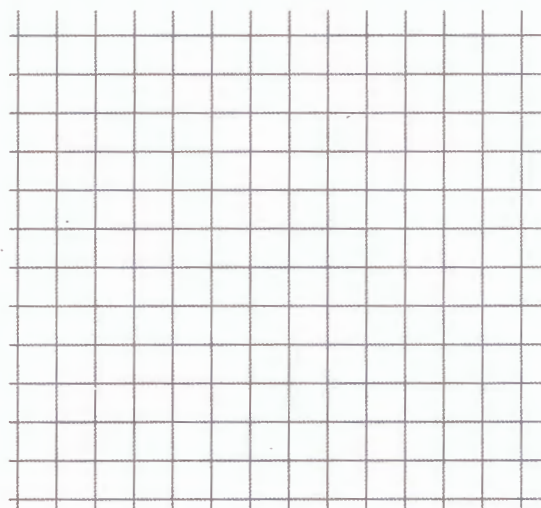
5 En una escuela, hay una máquina expendedora de gaseosas en lata. La máquina tiene un contador electrónico que registra, cada hora, la cantidad de latas expendidas en la última hora. En la siguiente tabla, se muestran los registros de una mañana.

a) Representen la tabla en un gráfico cartesiano.

b) Indiquen en qué horario se produjo el máximo consumo.

c) Si la máquina tiene capacidad para 100 latas, ¿a qué hora, tuvo que volver a llenarse?

d) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?



hora	7	8	9	10	11	12	13
N.º de latas	0	10	31	25	34	28	30

Funciones: algunos conceptos

Para leer y recordar

- Una **función** es una relación que asigna a todos y a cada uno de los valores de la variable independiente, uno y sólo un valor de la variable dependiente.

- Cuando se trabaja con funciones, muy frecuentemente se designa con la letra x a los valores de la variable independiente y con la letra y o con la expresión $f(x)$ a los valores de la variable dependiente.

En muchos casos, existe una **fórmula** que permite calcular cada valor de y conociendo el correspondiente valor de x .

Ejemplos:

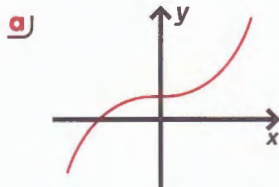
$f(x) = x + 2$ → Significa que la función f asigna a cada valor de x el número y que se obtiene sumándole 2 a x .

$f(4) = 6$ → Significa que la función f , al valor $x = 4$ le hace corresponder el valor $y = 6$; también se dice que 6 es la **imagen** de 4 a través de f .

- El **dominio** de una función f es el conjunto de todos los valores de la variable independiente que se relacionan a través de la función. Lo anotamos así: $Dom(f)$.

- La **imagen** de una función f es el conjunto de todos los valores de la variable dependiente que se relacionan a través de la función. Lo anotamos así: $Im(f)$.

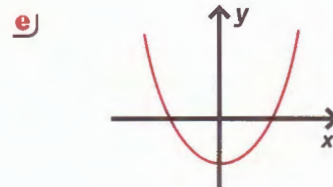
6 Algunos de los siguientes gráficos no pueden representar funciones. Indiquen cuáles son y expliquen por qué.



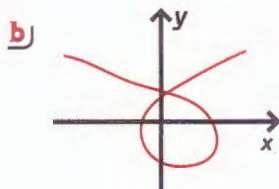
.....
.....



.....
.....



.....
.....



.....
.....



.....
.....

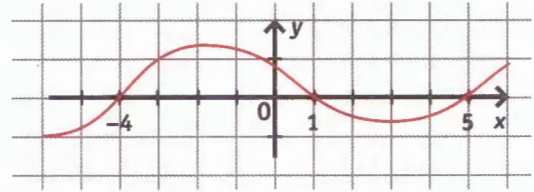


.....
.....

Ceros o raíces de una función

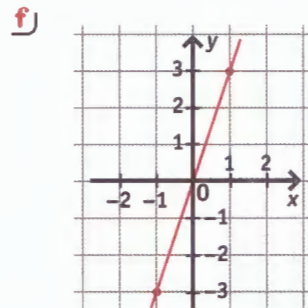
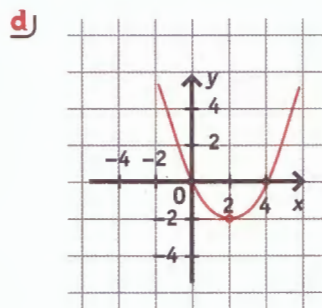
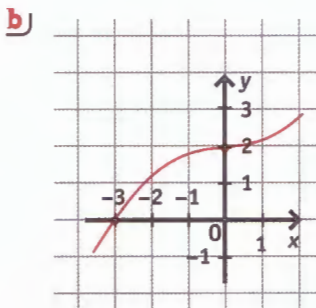
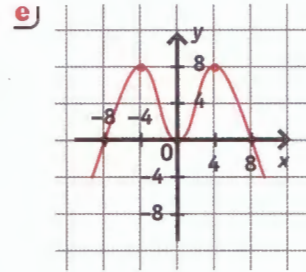
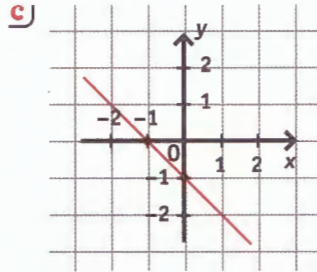
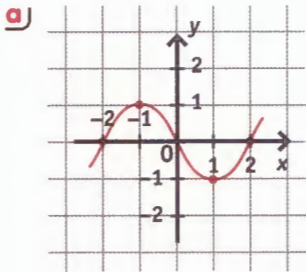
Para leer y recordar

Llamamos *ceros* o *raíces* de una función f a los valores de x para los cuales se cumple que $f(x) = 0$.
Los ceros de una función son las abscisas de los puntos en los cuales su gráfica tiene contacto con el eje de las x .



Ceros de f : $x = -4$; $x = 1$ y $x = 5$

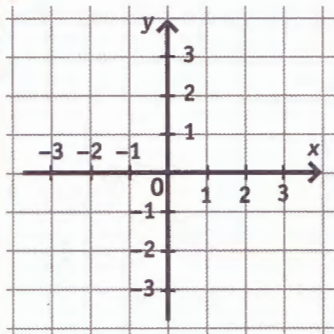
7 Indiquen los ceros o raíces de cada una de las funciones graficadas.



8 Completen las tablas de valores, las gráficas y los ceros de las siguientes funciones definidas por fórmulas.

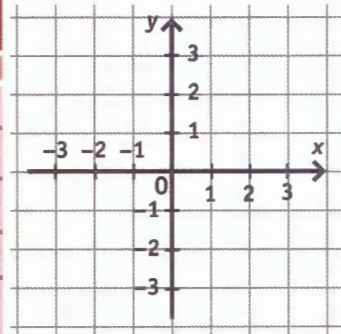
a)

$f(x) = 2x + 1$	
x	y
-1	
-2	
0	
1	
$\frac{1}{2}$	



b)

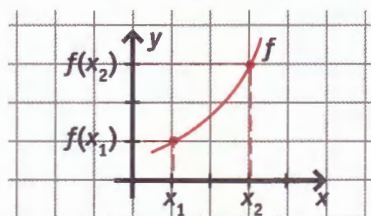
$f(x) = \frac{1}{2}x^2$	
x	y
-1	
-2	
0	
1	
2	



Crecimiento y decrecimiento

Para leer y recordar

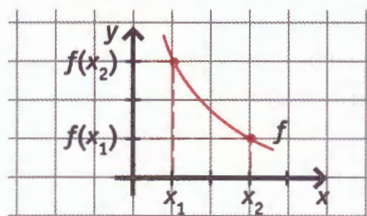
Función creciente



Cuando x aumenta, y también aumenta.

$$\text{Si } x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$$

Función decreciente



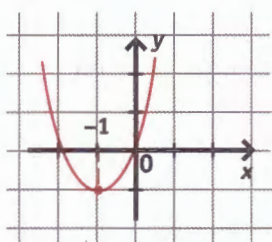
Cuando x aumenta, y disminuye.

$$\text{Si } x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$$

Una función puede tener *intervalos de crecimiento*, de *decrecimiento*, y otros en los que sea *constante*. En estos, cuando x aumenta, y se mantiene estable.

9 Indiquen los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de cada una de las funciones graficadas, como en el ejemplo.

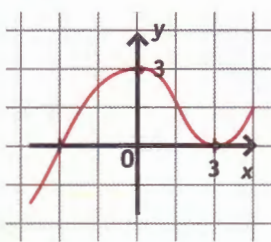
a)



Crece: $(-1; +\infty)$

Decrece: $(-\infty; -1)$

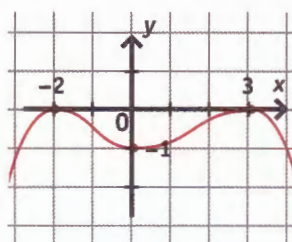
b)



Crece:

Decrece:

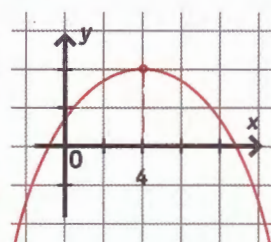
c)



Crece:

Decrece:

d)



Crece:

Decrece:

10 Se arroja una piedra verticalmente hacia arriba, y se anota en una tabla la altura que alcanza en distintos momentos posteriores al lanzamiento. Consideren la función $h(t)$ asociada a esta tabla de valores: h es la altura (en metros); t es el tiempo (en segundos).

a) Marquen los valores registrados en el sistema cartesiano y únanlos con una línea.

b) Completen las siguientes oraciones.

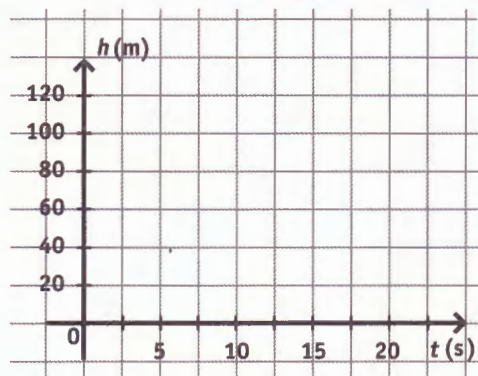
I. La piedra tardará s en llegar al suelo desde que fue arrojada.

II. El dominio de la función $h(t)$ es $[0, \dots]$, y la imagen es $[0, \dots]$.

III. La función $h(t)$ es creciente en el intervalo: $(\dots, 10)$ y decreciente en el intervalo: $(\dots, 20)$.

IV. La altura máxima que alcanza la piedra es a los s de haber sido arrojada.

Tiempo (seg)	Altura (m)
0	0
5	75
10	100
15	75
20	0



Función de proporcionalidad directa

11 En una estación de servicio, se venden lubricantes para motores de autos. Los precios varían en función de la calidad y del tipo de lubricante. En la siguiente tabla, se muestran los precios por litro de algunos de ellos.

Lubricante	KST	KST DIESEL	KST ULTRA
Precio por litro (\$)	8,50	6,70	12

a) Completen las tablas de valores y encuentren, en cada caso, la fórmula de la función que relaciona el costo total con la cantidad de litros comprados.

KST	
Litros	Costo (\$)

KST diésel	
Litros	Costo (\$)

KST ultra	
Litros	Costo (\$)

$$f_1(x) = \dots\dots\dots$$

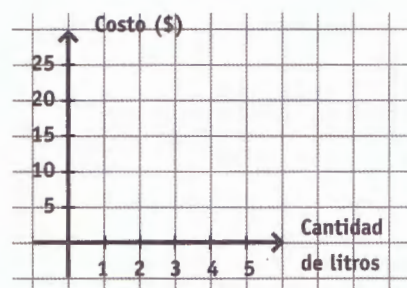
$$f_2(x) = \dots\dots\dots$$

$$f_3(x) = \dots\dots\dots$$

b) Grafiquen en el sistema cartesiano las tres funciones.

c) Describan cómo son las gráficas de estas funciones, especificando las similitudes y las diferencias que encuentren.

.....

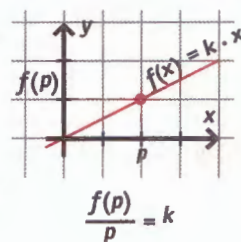


Para leer y recordar

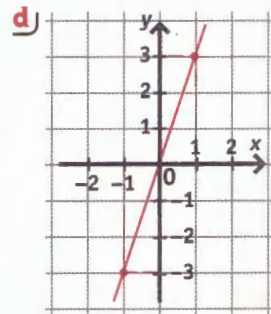
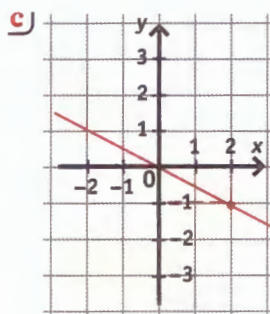
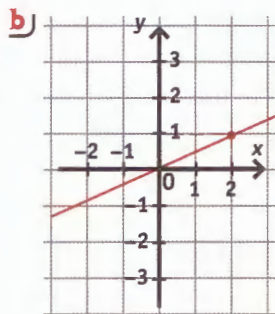
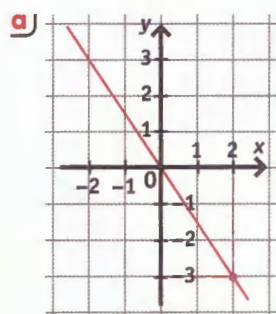
Llamamos *función de proporcionalidad directa* a toda función que sea de la forma $f(x) = k \cdot x$ (k es un número real y $k \neq 0$)

Las gráficas de estas funciones están compuestas por puntos que pertenecen a rectas que contienen al origen de coordenadas.

El número k es la *constante de proporcionalidad* y gráficamente está asociado a la inclinación de la recta.



12 Encuentren las fórmulas de las funciones de proporcionalidad directa que se representaron en las siguientes gráficas.

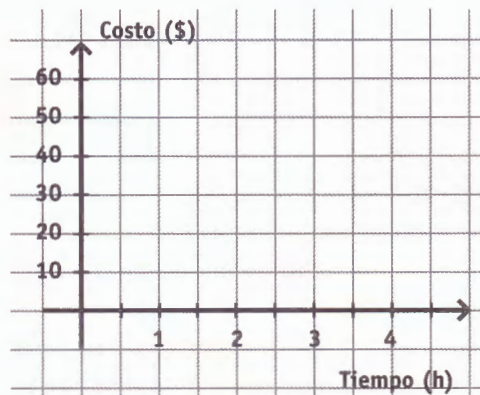


Función lineal

13 Miguel es técnico en computadoras. Cuando le piden un servicio a domicilio, cobra un valor fijo de \$15 y un adicional según el tiempo que él le dedique al trabajo, que calcula a razón de \$10 la hora.

a) Completen la tabla y encuentren la fórmula de la función que relaciona el costo C de un trabajo y el tiempo t (en horas) que le demandó hacerlo.

Tiempo (h)	0,5	1	1,5	2	3	4
Costo (\$)						



- b) Representen gráficamente la función $C(t)$.
- c) ¿Cuál será el costo de una reparación que le requirió 5 horas de trabajo?

d) ¿Cuántas horas trabajó en un arreglo que cobró \$75?.....

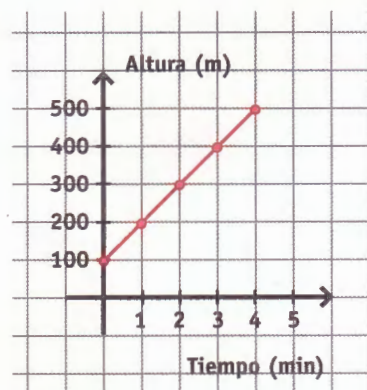
Para leer y recordar

- Llamamos *función lineal* a toda función cuya fórmula sea de la forma $f(x) = a \cdot x + b$ (a y b son números reales). Su gráfica es una recta.
- a es la *pendiente*: representa cuánto varía $f(x)$ por cada unidad que aumenta x y gráficamente está asociada a la inclinación de la recta.
- b es la *ordenada al origen*: es el valor que toma $f(x)$ cuando $x = 0$; gráficamente es la ordenada del punto de contacto de la recta con el eje de las y .

En los casos en los que $b = 0$, la función, además de ser lineal, es de proporcionalidad directa.
Si $a = 0$, es una función *constante*.

14 Un águila se lanza a volar desde la cima de un cerro. El gráfico muestra la altura alcanzada por el ave, en función del tiempo. Respondan a las preguntas.

- a) ¿Desde qué altura partió el águila?
- b) ¿Qué distancia recorrió en los primeros 3 minutos? ¿Y en los siguientes 3 minutos?
- c) Su velocidad es constante; indiquen su valor en m/min.
- d) Escriban la fórmula que relaciona la altura alcanzada h (en metros) y el tiempo t (en minutos).
- e) ¿En qué momento, alcanzó una altura de 215 m?
- f) ¿Qué altura había alcanzado a los 3,15 minutos?



15 Consideren las siguientes funciones lineales.

a) $f(x) = -x + 4$

b) $g(x) = 3 \cdot x - 3$

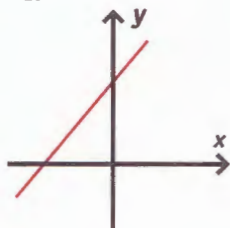
c) $h(x) = -2 \cdot x$

d) $m(x) = \frac{2}{3} \cdot x - 2$

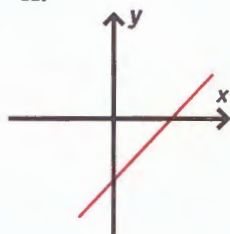
- Construyan una tabla de valores para cada función y representenla en un gráfico cartesiano.
- Indiquen si son crecientes o decrecientes. Relacionen esta característica con el signo de la pendiente.
- Encuentren la ordenada al origen, la pendiente y la raíz de cada función.
- Indiquen cuáles son funciones de proporcionalidad directa.

16 Sabiendo que las siguientes gráficas corresponden a funciones del tipo $f(x) = ax + b$, indiquen la correspondencia entre las condiciones de a y b con los gráficos.

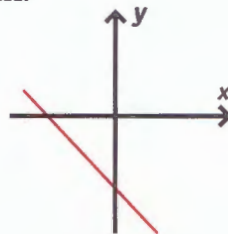
- a) $a < 0$
 $b < 0$
I.



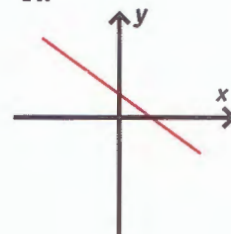
- b) $a > 0$
 $b < 0$
II.



- c) $a < 0$
 $b > 0$
III.

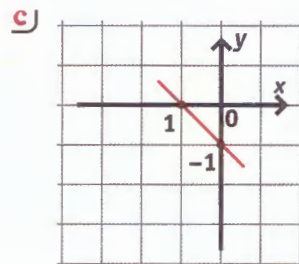
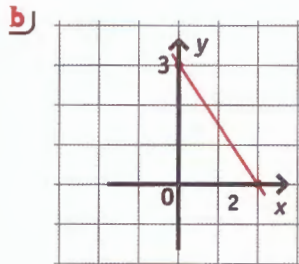
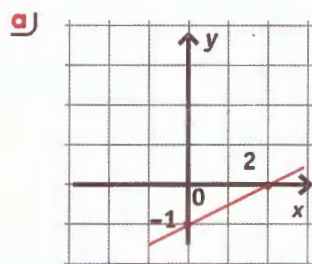


- d) $a > 0$
 $b > 0$
IV.



17 Consideren los siguientes gráficos.

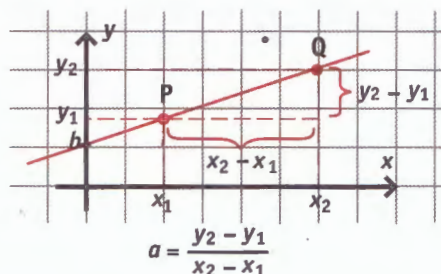
- Hallen la pendiente de cada recta.
- Encuentren la fórmula de la función asociada a cada una de ellas.



Para observar

Si conocemos las coordenadas de dos puntos P y Q de una recta, podemos calcular su pendiente a .

$$\left. \begin{array}{l} P = (x_1; y_1) \\ Q = (x_2; y_2) \end{array} \right\} a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



La función lineal y la ecuación de la recta

Para leer y recordar

- La gráfica de la función $f(x) = 2x + 3$ es la recta L .

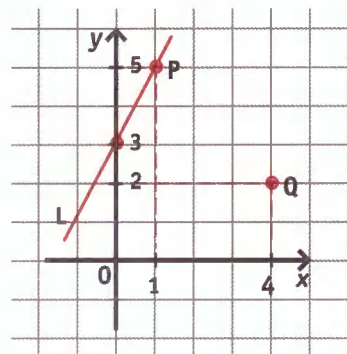
Cada uno de los puntos de L tiene un par de coordenadas $(x; y)$ que verifican la ecuación $y = 2x + 3$. Las coordenadas de cualquier punto que no pertenece a L no verifican esta igualdad.

Decimos que esta expresión es una *ecuación de la recta L* .

Por ejemplo: $P = (1; 5) \in L \leftrightarrow 5 = 2 \cdot 1 + 3$

$Q = (4; 2) \notin L \leftrightarrow 2 \neq 2 \cdot 4 + 3$

- Toda función lineal está asociada a una recta en el plano cartesiano, y viceversa, con excepción de las rectas perpendiculares al eje x , que no representan funciones.

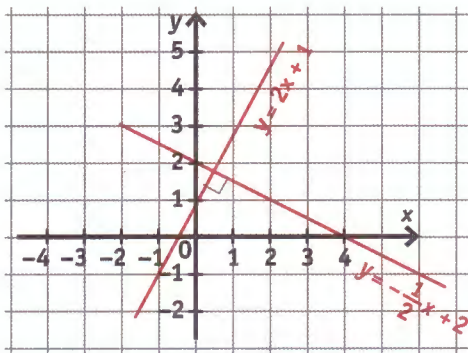


Rectas perpendiculares

Dos rectas son perpendiculares cuando el producto de sus pendientes es -1 . Si se utiliza la misma escala en ambos ejes, esta característica se observa en el gráfico.

Ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} R_1: y = 2x + 1 \\ R_2: y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{array} \right\} R_1 \perp R_2$$

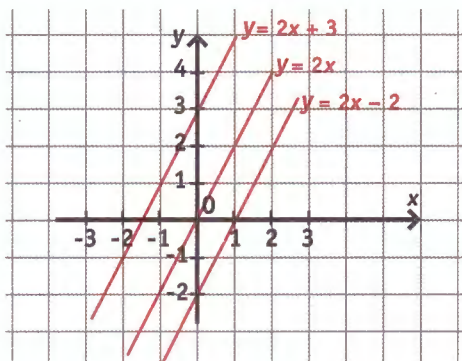


Rectas paralelas

Dos rectas son paralelas cuando sus pendientes son iguales.

Ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} R_1: y = 2x + 3 \\ R_2: y = 2x \\ R_3: y = 2x - 2 \end{array} \right\} R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$$



18 Encuentren pares de rectas paralelas y pares de rectas perpendiculares entre las siguientes funciones lineales.

$$a(x) = -x + 4$$

$$b(x) = 4x - 2$$

$$c(x) = -\frac{1}{3}x + 9$$

$$d(x) = \frac{3}{2}x + 5$$

$$e(x) = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$f(x) = -x$$

$$g(x) = -0,25x - 6$$

$$h(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$$

Función cuadrática



19 En la siguiente tabla, se relacionan las medidas del lado l de distintos cuadrados, expresadas en centímetros, con sus respectivas áreas A , expresadas en centímetros cuadrados.

l (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
A (cm ²)	0,25					

a) Completen la tabla.

b) Marquen los puntos en un gráfico y únanlos con una línea curva.

c) Escriban la fórmula de la función $A(l)$ que relaciona la medida del lado l de un cuadrado con su área A .

Para leer y recordar

• Se llama **función cuadrática** a toda función que se exprese en la forma:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (a, b \text{ y } c \text{ son números reales y } a \neq 0).$$

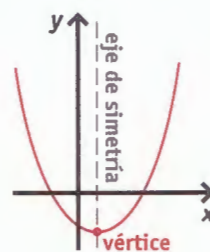
Por ejemplo, si $f(x) = 3x^2 - 15x$, resulta $a = 3$, $b = -15$ y $c = 0$.

• Al representar gráficamente una función cuadrática, se obtienen puntos que pertenecen a una curva llamada **parábola**.

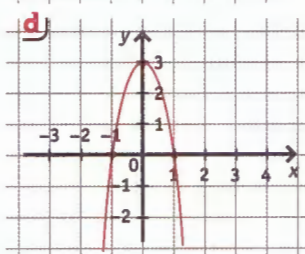
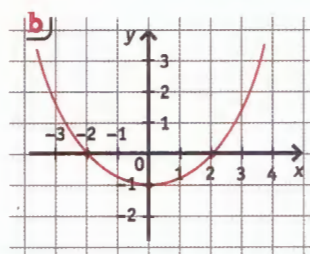
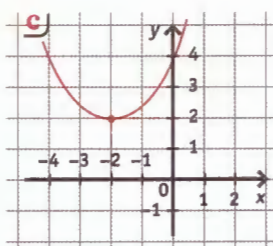
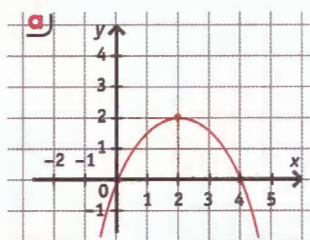
• Cada parábola tiene un **eje de simetría** que es paralelo al eje de ordenadas, y un **vértice** que es el punto del eje de simetría que pertenece a la curva.

• La abscisa del vértice, x_v , se obtiene haciendo $-\frac{b}{2a}$.

En el ejemplo anterior, resulta: $x_v = -\frac{-15}{2 \cdot 3} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$



20 Para cada una de las siguientes parábolas, identifiquen las coordenadas del vértice, la ordenada al origen, los intervalos de crecimiento y los de decrecimiento, y los ceros o raíces, cuando los haya.



21 Se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba. El movimiento puede describirse mediante la función cuadrática, cuya fórmula es: $h(t) = 50 \cdot t - 5 \cdot t^2$, donde $h(t)$ representa la altura (en m) alcanzada por el proyectil en cada instante t (en segundos) posterior al lanzamiento.

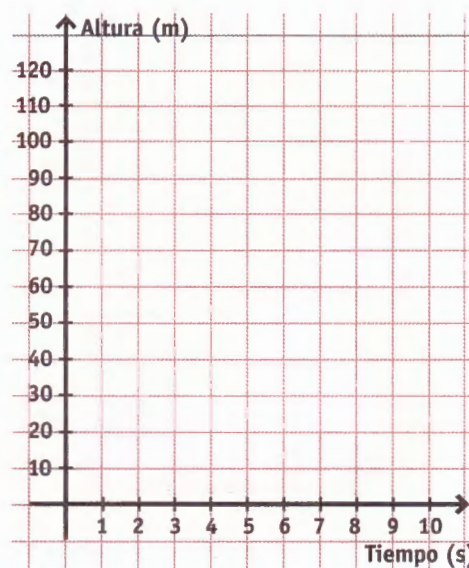
a) Completen la tabla.

Tiempo (seg)	0	2	4	5	6	8	10
Altura alcanzada (m)							

b) Tracen la gráfica de la función.

c) Indiquen el dominio y la imagen de $h(t)$ en este problema.

d) Averigüen a cuánto tiempo de haber sido lanzado el proyectil alcanza la altura máxima.



e) Indiquen los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $h(t)$.

22 Para cada una de las siguientes funciones cuadráticas, construyan una tabla de valores, hagan el gráfico aproximado y señalen el eje de simetría y el vértice.

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

c) $f(x) = -x^2 + 4$

e) $f(x) = x^2 - 3x$

b) $f(x) = x^2 + 3$

d) $f(x) = (x - 1)^2$

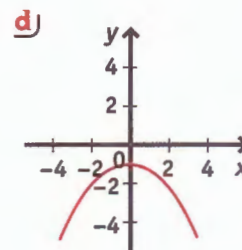
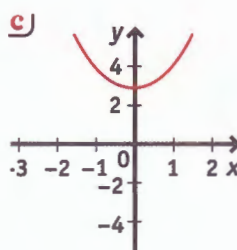
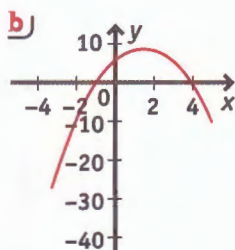
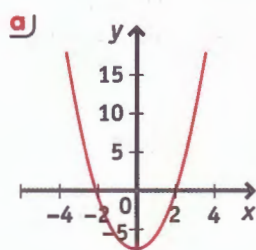
f) $f(x) = x - x^2$

23 Indiquen cuáles de los siguientes gráficos verifican las características que se mencionan.

I. El eje de simetría es el eje y .

II. No tiene ceros.

III. Es creciente en $(0; +\infty)$.



Función de proporcionalidad inversa

- ☰ **24** Un estanque tiene 8 canillas que arrojan el mismo caudal de agua. El tiempo que demore su llenado depende de la cantidad de canillas que se abran.

- a) Completen la tabla que relaciona el número de canillas abiertas y el tiempo de llenado y marquen los puntos en el gráfico cartesiano.
- b) Escriban una fórmula que sirva para calcular el tiempo t de llenado en horas, conociendo la cantidad x de canillas abiertas.

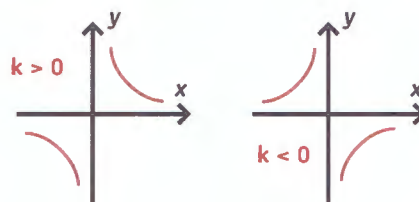
x	$t(x)$
8	
	4
4	6
	12
1	

Para leer y recordar

- Se llama *función de proporcionalidad inversa* a toda función cuya expresión sea de la forma:

$$f(x) = \frac{k}{x} \quad (k \text{ es un número real; } x \neq 0 \text{ y } k \neq 0).$$

- Los puntos de su gráfica están sobre una curva llamada *hipérbola*, que no tiene contacto con los ejes cartesianos.



Función exponencial

- ☰ **25** Algunas células se reproducen mediante un proceso llamado *bipartición*, que consiste en que cada célula se divide en dos. Consideren un conjunto de células en las que cada una da origen a dos nuevas cada vez que transcurre una hora.

x	0		2	
$n(x)$	1	2		8

- a) Completen la tabla que relaciona la cantidad de células con el tiempo transcurrido y marquen los puntos en un gráfico cartesiano.

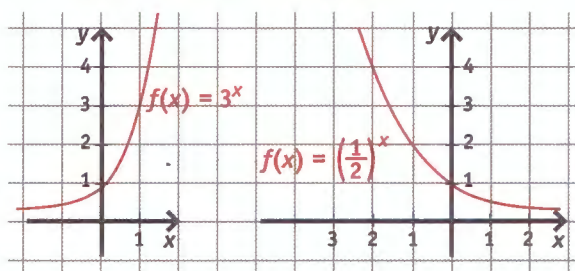
- b) Escriban una fórmula que sirva para calcular la cantidad n de células conociendo el tiempo x transcurrido (en horas).

Para leer y recordar

- Llamamos *función exponencial* a toda función cuya expresión sea de la forma

$$f(x) = k \cdot a^x, \quad (k \text{ y } a \text{ son números reales; } a > 0 \text{ y } a \neq 1).$$

- Los puntos de su gráfica pertenecen a una curva que no tiene contacto con el eje de las x .

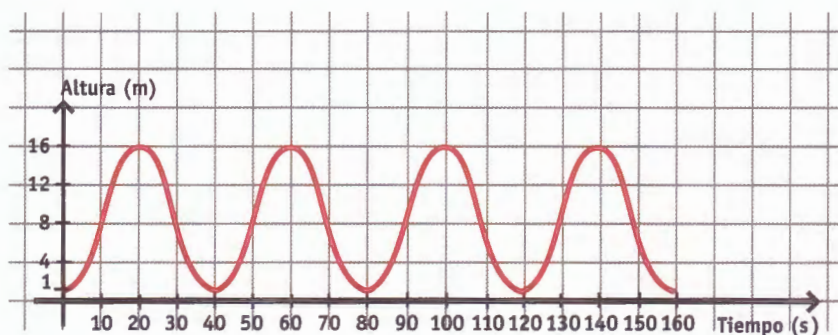


Funciones periódicas

26 En el parque de diversiones, los asientos de una vuelta al mundo giran alrededor de su centro continuamente.

El siguiente gráfico muestra cómo varía la altura h de uno de ellos desde que una persona sube hasta que se cumple su tiempo, y baja del juego.

Obtengan la información del gráfico y respondan a las preguntas.



a) ¿A qué altura, se encuentra el asiento en el momento en que la persona se sienta?

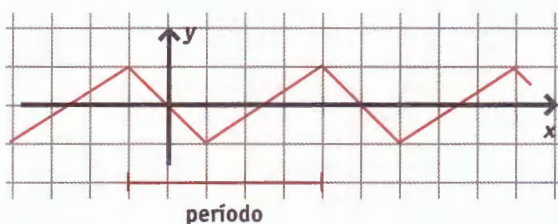
b) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al punto de altura máxima?

c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

d) ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa?

Para leer y recordar

Una función es *periódica* cuando la forma de su gráfica se repite cada cierto intervalo. La longitud de dicho intervalo se llama *período*.



27 Dibujen la gráfica de una función periódica que tenga las siguientes características.

- Su dominio es $\mathbb{R}$.
- Su imagen es $[-2; 2]$.
- Su período es 3.



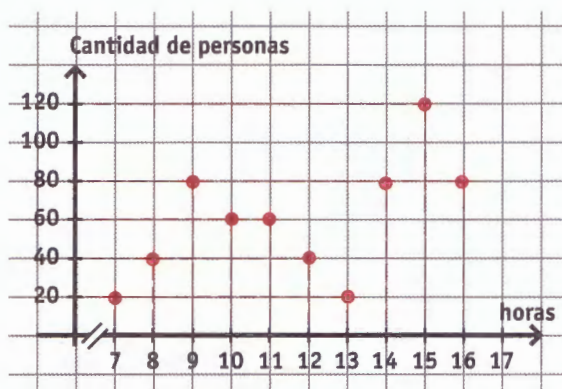
Las funciones y la toma de decisiones

En muchos casos, nos encontramos en situaciones en las que debemos elegir entre dos o más opciones. Si estas se relacionan con fenómenos que se pueden expresar mediante funciones, el análisis de las funciones involucradas en cada situación puede ayudarnos a evaluar las condiciones de la conveniencia de cada elección.

28 La siguiente gráfica muestra la cantidad de personas que se acercan a la estación del tren para utilizar este servicio, entre las 7 h y las 16 h de un día hábil. Estos números representan un promedio que se obtuvo de datos estadísticos en una semana normal.

Consideren la información que muestra el gráfico y respondan a las preguntas.

a) ¿Entre qué horarios, la cantidad de personas crece?



b) Juan tiene un puesto de venta de panchos en la estación. ¿En qué momento del día, le conviene cerrar una hora para descansar?

29 Un grupo de amigos quiere alquilar una camioneta por un día, y tienen las siguientes opciones: la agencia A que cobra \$60, con kilometraje libre; la agencia B que cobra \$40 de costo básico, más un adicional que depende del uso, y se calcula a razón de \$2 el kilómetro.

a) Escriban para cada caso la fórmula que permite calcular el costo del alquiler en relación con la distancia recorrida por el vehículo alquilado.

b) ¿Qué tipo de funciones son?

c) Grafiquen ambas funciones en un mismo sistema cartesiano.

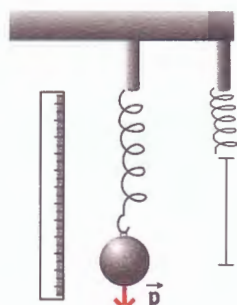
d) ¿En que casos, conviene cada propuesta?

El dinamómetro

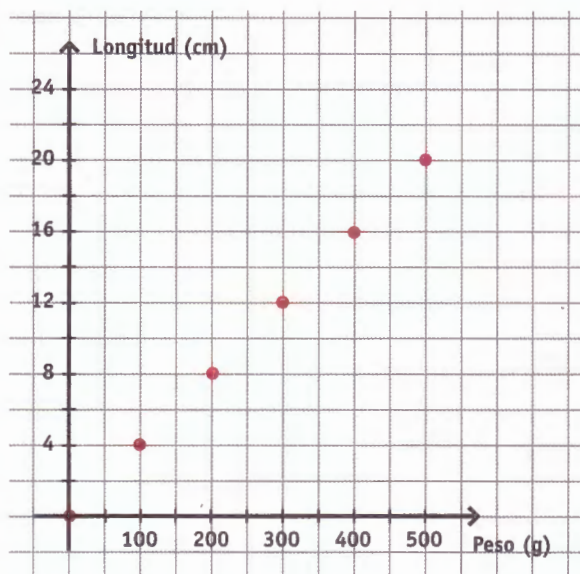
Uno de los instrumentos que se usan en Física para medir fuerzas es el *dinamómetro*. Este consta, básicamente, de un resorte y una regla graduada. Cuando se aplica una fuerza en uno de los extremos del resorte, esta produce en él un estiramiento que, dentro de cierto rango de valores, será proporcional a la magnitud de la fuerza aplicada. La medición de la longitud de estiramiento permite establecer, indirectamente, la magnitud de la fuerza.



30 La figura muestra un dinamómetro en el que la máxima longitud de estiramiento que puede lograrse, sin deformar el resorte, es 20 cm. Para calibrar el instrumento, se confeccionaron una tabla y un gráfico de la función $L(p)$; se tomaron sólo algunos valores del peso p (en gramos) y las respectivas longitudes L (en cm) de los estiramientos observados en el resorte al realizar la experiencia.



Peso (g)	Longitud (cm)
0	0
100	4
200	8
300	12
400	16
500	20



Consideren la función $L(p)$ y respondan a la consignas siguientes:

- ¿Cuáles son, en este caso, las variables independiente y dependiente?
- ¿Cuáles son el dominio y la imagen de la función $L(p)$?
- ¿Se relacionan el peso y la longitud del estiramiento en forma proporcional? ¿Cómo se dan cuenta?
- A partir de la información con la que cuentan, ¿cuál será el estiramiento, si la pesa es de 450 g? ¿Cómo lo calculan?
- Escriban una fórmula que sirva para calcular la longitud del estiramiento L (en cm) conociendo el peso p (en g).

31 La recta m contiene a los puntos $(0; 1)$ y $(-2; 2)$.

a) Encuentren la ecuación correspondiente a la recta m .

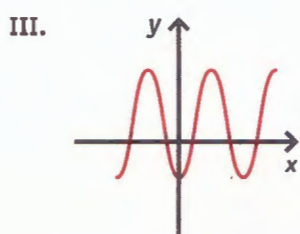
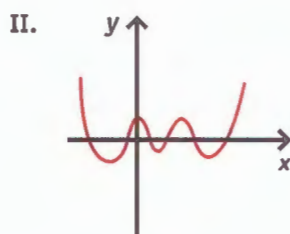
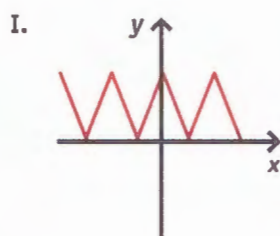
b) Encuentren la ecuación de una recta r que sea paralela a m y que contenga al punto $(-1; 0)$.

c) Hallen la fórmula de una recta d que sea perpendicular a m y que tenga la misma ordenada al origen que r .

d) Encuentren la ecuación de la recta h paralela a d y que pase por el origen de coordenadas.

e) Grafiquen las rectas m , r , d y h en un mismo sistema cartesiano.

32 Observen las siguientes gráficas de funciones. Indiquen cuáles corresponden a funciones periódicas y marquen el período.



33 Una ecuación de la recta u es $9 - 3y = 2x$.

a) Indiquen cuál es su pendiente y cuál es su ordenada al origen.

b) Encuentren la ecuación de la recta b que es perpendicular a u y contiene al punto $(2; 4)$.

c) Encuentren la ecuación de la recta p que es paralela a b y su raíz es $x = -3$.

d) Grafiquen en un mismo sistema las rectas u , b y p .

34 Consideren las siguientes ecuaciones de rectas.

a) $y = 3 + 2(x - 2)$ **d)** $x = 2(1 + y)$

b) $y = -2(1 - x) - 2$ **e)** $x - 2 = y + 3$

c) $2 \cdot x - 3y = 6$

I. Indiquen la pendiente, la ordenada al origen y la raíz de cada una.

II. Representenlas en un sistema cartesiano.

35 Lucas tiene un tonel con 24 l de aceite y debe fraccionarlo en botellas que sean todas de la misma capacidad.

a) Completen la siguiente tabla, que relaciona la capacidad de cada una de las botellas con la cantidad de botellas por llenar.

Capacidad (l)	1	1,5	2	4	6
Cantidad de botellas					

b) Encuentren la fórmula $N(c)$, que permita calcular la cantidad N de botellas por llenar en función de la capacidad c de cada botella (en litros).

c) ¿Qué tipo de función es? Justifiquen la respuesta.

d) Realicen una gráfica de la función $N(c)$.

36 Eliana y Sabrina van en bicicleta desde el club hacia la casa de Andrea por el mismo camino. Ambas pedalean a velocidad constante. Eliana sale primero a una velocidad de 100 m/min, y Sabrina sale 5 minutos después a 150 m/min.

a) Completen las siguientes tablas que representan la distancia d (en metros) recorrida, en función del tiempo t (en minutos) que llevan de viaje.

Eliana	
t (min)	d (m)
0	
5	
10	
15	

Sabrina	
t (min)	d (m)
5	
10	
15	
20	

b) Grafiquen los puntos de ambas tablas en un mismo sistema cartesiano.

c) Para cada uno de los desplazamientos, encuentren la fórmula que permita calcular la distancia d recorrida (en metros) en cada momento t (en minutos) del viaje.

d) ¿Quién llega primero a la casa de Andrea, si ella vive a 3 km del club?

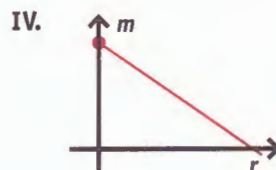
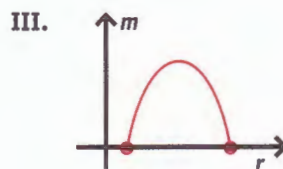
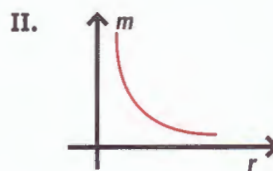
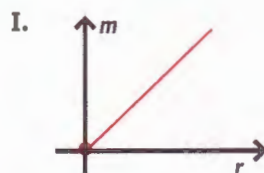


37 Consideren todos los rectángulos cuya área es 25 cm^2 y llamen m y r a las medidas de sus lados, expresadas en centímetros.

a) ¿Cuál de las siguientes fórmulas representa a la función que relaciona m con r ? Expliquen por qué.

I. $m = r \cdot 25$ II. $m = \frac{r}{25}$ III. $m = \frac{25}{r}$

b) ¿Cuál de los siguientes gráficos podría ser el que corresponde a esta función?

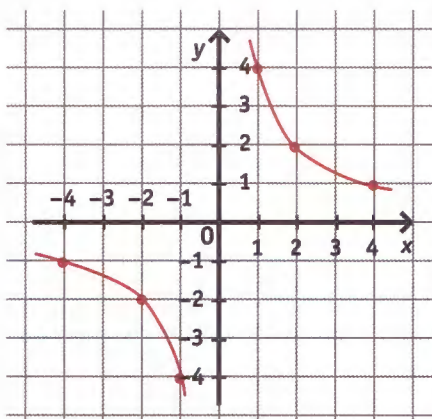


c) ¿Esta función es de proporcionalidad? Si responden afirmativamente, indiquen de qué tipo; en caso contrario, expliquen por qué.

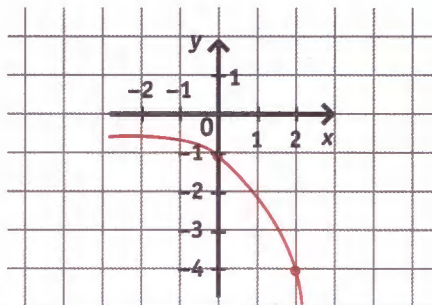
38 Indiquen cuál de las siguientes es la fórmula de la función que corresponde a cada una de las gráficas que se muestran.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) $f(x) = -2 \cdot x$ | e) $f(x) = \frac{4}{x}$ |
| b) $f(x) = -x^2 + x$ | f) $f(x) = 2 \cdot x + 2$ |
| c) $f(x) = x^2$ | g) $f(x) = 3^x$ |
| d) $f(x) = -\frac{3}{x}$ | h) $f(x) = -2^x$ |

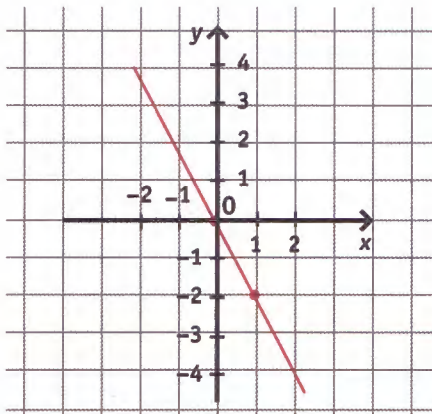
I.



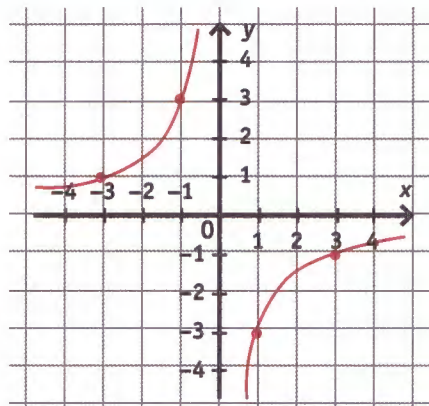
II.



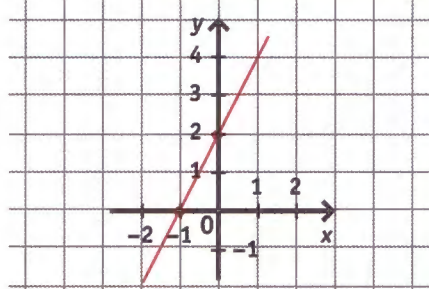
III.



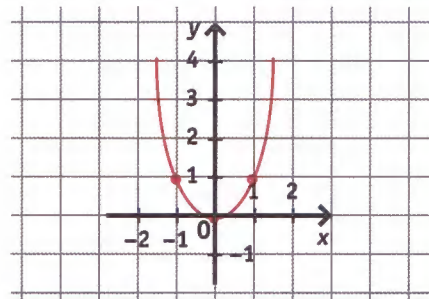
IV.



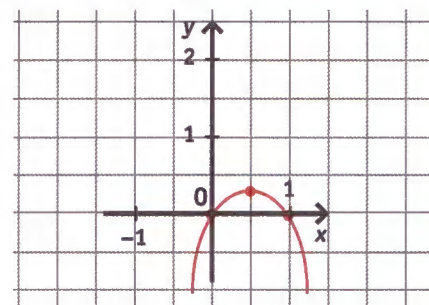
V.



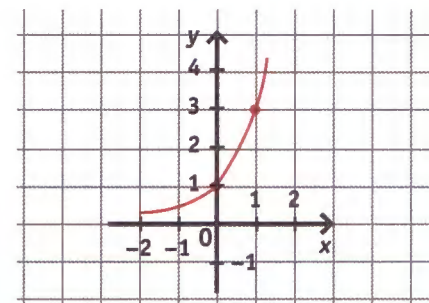
VI.



VII.



VIII.



1 Encuentren la ecuación de la recta que cumpla con las condiciones pedidas en cada uno de los siguientes casos.

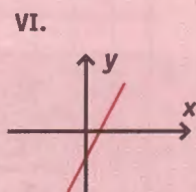
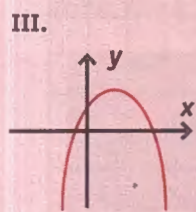
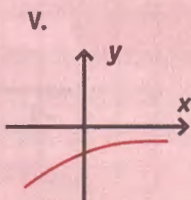
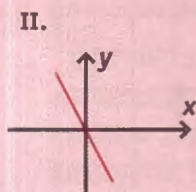
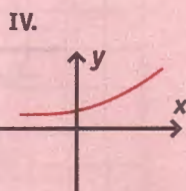
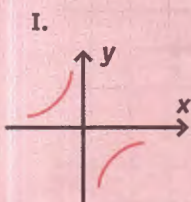
a) La recta p es paralela al eje de las abscisas y contiene al punto $(-3; -5)$.

b) d es la gráfica de una función de proporcionalidad directa, y contiene al punto $(-2; 4)$.

c) La recta u es perpendicular a otra recta que pasa por los puntos $(1; -2)$ y $(0; 1)$, y ambas tienen la misma ordenada al origen.

d) l es paralela a u y corta al eje de las abscisas en $x = 2$.

2 Observen las siguientes gráficas de funciones e identifiquen cuál o cuáles corresponden a funciones de proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa, lineales, cuadrática o exponenciales.



3 En una localidad del Gran Buenos Aires, se ha medido la temperatura, en un día del mes de noviembre, cada hora durante las 24 horas del día.

El científico que analiza los datos escribió la siguiente fórmula: $f(t) = -\frac{1}{12}t^2 + 2 \cdot t + 16$, en la cual $f(t)$ es la temperatura en grados centígrados en cada momento t expresado en horas.

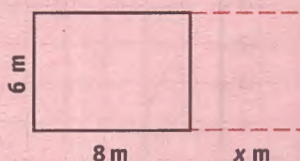
a) Armen una tabla de valores de hora y temperatura.

b) Grafiquen esos valores en un sistema cartesiano y tracen la gráfica aproximada de la función $f(t)$.

c) Indiquen el dominio y la imagen de $f(t)$ en esta situación.

d) ¿En qué horario, se registró la temperatura máxima?

4 Se proyecta ampliar un corral rectangular, que tiene 8 m de largo y 6 m de ancho, agregándole x m al largo, como se muestra en el croquis.



a) Escriban la fórmula de la función $P(x)$ que exprese el perímetro del corral ampliado en función de x .

b) Representen gráficamente la función $P(x)$ e indiquen qué tipo de función es.

c) Escriban la fórmula de la función $A(x)$ que exprese el área del nuevo rectángulo en función de x .

d) Representen gráficamente la función $A(x)$ e indiquen qué tipo de función es.



Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.



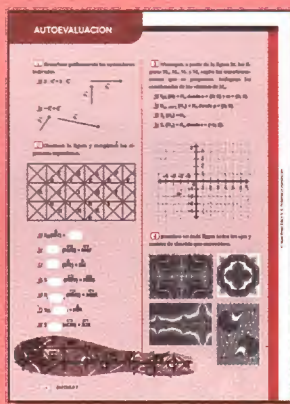
Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.



En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.



Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.



Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 2, 5 y 7, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.

Para leer y recordar

Si n es un número natural:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factores}} \quad a^0 = 1 \ (a \neq 0)$$

Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).

Para observar

Recordemos con algunos ejemplos cómo operamos con fracciones.

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.